

## 7. Slovní úlohy na lineární rovnice

Slovní úlohy jsou často postrachem studentů. Jenže ...

Všechno to, co se učí mimo slovní úlohy, jsou postupy, jak se dopracovat k řešení nějaké sestavené (ne)rovnice. Jenže co je platné umět brilantně vyřešit zadanou (ne)rovnici, když ji neumíme sami sestavit. Znalosti matematiky jsou užitečné především tehdy, když je umíme aplikovat na problémy v reálném světě. Školské slovní úlohy jsou zjednodušené reálné situace, které máme řešit. A řešit znamená především přeformulovat slovní popis do matematické úlohy, matematického modelu, tj. třeba do (ne)rovnice.

V této lekci jsme dosti omezeni v reálných situacích (proto často vypadají jako umělé a směšné), protože výsledný matematický model musí být lineární (ne)rovnice. Nicméně nějak se začít musí jak vytvářet matematickou úlohu z textu.

**Příklad:** Brigády na sklizeň brambor se zúčastnilo 48 osob: muži, ženy a děti. Žen bylo o 4 více než mužů, dětí o 6 méně než polovina dospělých. Kolik bylo mužů, kolik žen a kolik dětí?

**Řešení:**

**rozbor textu:**

V rozboru textu úlohy, musíme nejprve zvolit neznámou (proměnnou). Doporučuji volit neznámou podle položené otázky. V našem případě to může být počet mužů, nebo počet žen, anebo počet dětí.

Dále se snažíme nalézt veličinu, kterou dokážeme vyjádřit dvěma různými způsoby. Z textu se takovou veličinou jeví celkový počet osob. Jednou je totiž přímo určen už v textu a podruhé bychom mohli celkový počet nalézt jako součet počtu jednotlivých kategorií lidí.

označme počet mužů  $x$   
pak žen dle textu je  $x + 4$   
( celkem dospělých  $2x+4 = 2(x+2)$   
a počet dětí tedy je  $(x + 2) - 6$   
celkový počet osob je pak součtem  
 $x + (x + 4) + (x + 2) - 6$

**Matematická úloha:**

Na základě rozboru sestavíme matematickou úlohu a tu vyřešíme.

V této úloze je nasnadě rovnice

$$\begin{aligned}x + (x + 4) + (x + 2) - 6 &= 48 \\3x &= 48 \\x &= 16\end{aligned}$$

**zkouška:** Na rozdíl od prostého řešení rovnic, kdy děláme zkoušku do rovnice, musíme u slovní úlohy provést zkoušku do textu.

mužů bylo	16
žen o čtyři více	20



@073

Není to zcela **špatné**, avšak správně je zodpovězena pouze jedna otázka.

[znovu prostudujte](#)

@076

[zpět](#)

Častými slovními úlohami ve školské matematice jsou úlohy z oblasti fyziky, a to většinou z mechaniky. Při řešení nám pomohou tyto znalosti:

**u pohybu:** vztah mezi s-drahou, t-časem a v-rychlostí  $s = vt$

**u výkonu:** vztah mezi A-prací, t-časem a P-výkonem  $A = Pt$

a uvědomit si, že **sčítat lze jen čas, dráhu, práci** a **nelze sčítat rychlost či výkon**.

**Úkol:** Ze dvou míst A a B, vzdálených 24 km, vyrazí současně proti sobě chodec (z místa A) rychlostí 4 km/hod a cyklista rychlostí 12 km/hod. Za kolik hodin od okamžiku, kdy vyrazili, a v jaké vzdálenosti od místa A se setkají?

[pokračování](#) – výsledek

@079

[zpět](#)

## Výborně

Zopakujeme stručně postup.

<b>rozbor textu:</b> označme rychlost autobusu	x (km/hod)
vzdálenost AB ujede autobus	160/x (hod)
rychlost auta	2x (km/hod)
vzdálenost AB ujede auto	160/2x (hod)

rozdíl v časech je dán hodinami 8:40 a 6:00, kdy vozidla vyjžděla a tento čas je pro auto kratší o  $8:40 - 6:00 = 2:40 = 160 \text{ min} = 8/3 \text{ hodin}$   
**musíme pracovat i v matematice se stejnými jednotkami**

## Matematická úloha

Rovnice vznikne porovnáním času (autobus jel stejně jako auto plus rozdíl času výjezdu)

$$\frac{160}{x} = \frac{160}{2x} + \frac{8}{3}$$

vydělíme 8, vynásobíme 6x

$$120 = 60 + 2x$$
$$x = 30$$

$$2x = 60$$

## Zkouška:

Autobus dráhu AB ujede za  $160/30 = 16/3$  hodiny. Auto tutéž dráhu ujede za  $160/60 = 8/3$  hodiny. Rozdíl časů odpovídá  $16/3 - 8/3 = 8/3$  hodiny, což odpovídá textu.

**Odpověď:** Autobus má rychlost 30 km/hod a auto 60 km/hod.

**Poznámka:** Ne všechny "stíhací" úlohy jsou řešitelné rovnicemi. Někdy stačí zapojit naplno mozek.

**Úkol:** Dvě městečka A a B vzdálená 30 kilometrů od sebe, jsou spojena silnicí táhnoucí se mezi poli a lesy v krásné české krajině. Z obou míst vyjedou proti sobě dva cyklisté Jan a Honza rychlostí 15 km/hod. Zároveň z Honzových řídků vyletí rozmarná moucha Cecilka. Letí nad silnicí rychlostí 20km/hod až doletí k Janovi. Pak se otočí a nezměněnou rychlostí se řítí k Honzovi. Jen ho dostihne, otočí se a zase letí k Janovi, atd, atd, dokud se Jan s Honzou nesetkají. U setkání samozřejmě nechybí ani Cecilka. Kolik kilometrů nalétá Cecilka nad silnicí za uvedenou dobu?

[pokračování](#) – řešení

@071

[zpět](#)

**Shrnutí:** Řešení slovních úloh se skládá ze čtyř kroků:

- a) **Rozbor textu úlohy.** - Volíme neznámou (proměnnou) a snažíme se nalézt veličinu, kterou můžeme vyjádřit dvěma různými způsoby. Lze doporučit volit neznámou podle položené otázky.
- b) **Matematická úloha.** - Na základě rozboru sestavíme matematickou úlohu, nejčastěji rovnici (nebo systém rovnic případně nerovnic) a tu vyřešíme.
- c) **Zkouška.** - Správnost nalezeného řešení matematické úlohy musíme ověřit podle zadaného textu a ne dosazením do matematické úlohy (rovnice). Ono totiž nalezené řešení může být řešením vytvořené rovnice a přitom nebýt řešením slovní úlohy.
- d) **Odpověď.** - Slovní zadání si žádá slovní odpověď.

**Úkol:** Boty stály třikrát tolik co přezůvky. Kdyby boty byly levnější o 210.-Kč, byly by dvakrát dražší než přezůvky. Kolik Kč stály boty a kolik přezůvky.

[pokračování](#) – výsledek

@074

**Bohužel** nepodařilo se vám určit správně ani jednu otázku.

[znovu prostudujte](#)

@077

[zpět](#)

Ze dvou míst A a B, vzdálených 24 km, vyrazí současně proti sobě chodec (z místa A) rychlostí 4 km/hod a cyklista rychlostí 12 km/hod. Za kolik hodin od okamžiku, kdy vyrazili, a v jaké vzdálenosti od místa A se setkají?

**Řešení:**

**rozbór textu:**

Z textu vyplývá, že jde o pohybovou úlohu a tedy se nějak uplatní vztah  $s = v \cdot t$ ; že čas pohybu chodce i cyklisty bude stejný (současně vyrazili a současně se střetnou), a že dráhy, které za tu dobu urazí, se budou sčítat (každý jede odjinud).

Podle otázky volíme za neznámou

počet hodin, za které se setkají  $t$   
pak

chodec ujede celkem km ( $s = vt$ )  $s_1 = 4t$

cyklista ujede celkem km  $s_2 = 12t$

**Matematická úloha**

a v součtu (dráhu lze sčítat)  $4t + 12t = 24$

vypočteme čas do setkání  $t = 1,5$  (hod)

ještě musíme určit vzdálenost od místa A.

tuto vzdálenost urazí chodec  $4 \cdot 1,5 = 6$  (km)

**Zkouška:**

vzdálenost, kterou ujede cyklista  $12 \cdot 1,5 = 18$  (km)

a celková vzdálenost mezi místy A a B je  $6 + 18 = 24$ , což odpovídá textu.

**Odpověď:**

Chodec a cyklista se setkají za hodinu a půl šest kilometrů od místa A.

**Poznámka:** Jednotky hod a km ve výpočtu jsou dány do závorek, protože jde o polovičatý zápis. V matematice totiž nejsou jednotky podstatné, jde o abstraktní čísla, teprve ve střetu s realitou nějakých jednotek ta čísla nabývají, ale při řešení rovnic apod. by zápis jen učinily méně přehlednými a zbytečně složitými. Zde mají za úkol jen připomenout, co jsme to vlastně získali.

Jinak jako ve fyzice bychom měli psát např.

tuto vzdálenost urazí chodec  $4 \text{ km/hod} \cdot 1,5 \text{ hod} = 6 \text{ km}$

**Úkol:** Z místa A vyjel autobus směrem do místa B v 6 hodin ráno. V 8:40 hodin vyjelo z místa A auto tímž směrem. Obě vozidla dorazila do místa B současně. Jakou rychlostí jela, je-li vzdálenost obou míst 160 km a rychlost auta je dvakrát větší než rychlost autobusu?



autobus 30 km/hod, auto 60 km/hod

autobus 40 km/hod, auto 80 km/hod

autobus 35 km/hod, auto 70 km/hod

@080

[zpět](#)

**Nevzdávejte to. Popřemýšlejte ještě.**

Dvě městečka A a B vzdálená 30 kilometrů od sebe, jsou spojena silnicí táhnoucí se mezi poli a lesy v krásné české krajině. Z obou míst vyjedou proti sobě dva cyklisté Jan a Honza rychlostí 15 km/hod. Zároveň z Honzových řídítek vyletí rozmarná moucha Cecilka. Letí nad silnicí rychlostí 20km/hod až doletí k Janovi. Pak se otočí a nezměněnou rychlostí se řítí k Honzovi. Jen ho dostihne, otočí se a zase letí k Janovi, atd, atd, dokud se Jan s Honzou nesetkají. U setkání samozřejmě nechybí ani Cecilka. Kolik kilometrů nalétá Cecilka nad silnicí za uvedenou dobu?

[pokračování](#) – výsledek

@072

[zpět](#)

Boty stály třikrát tolik co přezůvky. Kdyby boty byly levnější o 210.- Kč, byly by dvakrát dražší než přezůvky. Kolik Kč stály boty a kolik přezůvky?

**Poznámka:** Otázka obsahuje dvě veličiny, cenu přezůvek a cenu bot. Za neznámou lze volit jedno i druhé, ale vzniklá rovnice (matematický model) bude pokaždé trochu jiná (výsledek bude samozřejmě stejný).

**Řešení A:**

**rozbor textu:**

volíme za neznámou cenu přezůvek       $x$   
cena bot dle textu je trojnásobkem       $3x$   
ale také vyčteme, že se dá vyjádřit       $2x + 210$

**Matematická úloha:** cenu bot máme vyjádřenu dvěma způsoby, tedy můžeme sestavit rovnici

$$\begin{aligned}3x &= 2x + 210 \\x &= 210\end{aligned}$$

**zkouška do textu:** cena přezůvek      210 Kč  
cena bot třikrát větší       $3 \cdot 210 = 630$  Kč

budou-li o 210 Kč levnější      tj.  $630 - 210 = 420$   
budou       $420 / 210 = 2$  krát dražší než přezůvky

**a to souhlasí s textem**

**odpověď:** Přezůvky stály 210 Kč a boty 630 Kč

**Řešení B:**

**rozbor textu:**

volíme za neznámou cenu bot       $t$   
pak cena přezůvek je třetinová       $t/3$   
cena bot je dražší o 210 než přezůvky       $2t/3 + 210$

**Matematická úloha:** cenu bot máme vyjádřenu dvěma způsoby, tedy můžeme sestavit rovnici

$$\begin{aligned}t &= 2t/3 + 210 \\3t &= 2t + 630 \\t &= 630\end{aligned}$$

**zkouška do textu:** cena bot      630 Kč  
cena přezůvek třetinová       $630 / 3 = 210$  Kč

budou-li boty o 210 Kč levnější      tj.  $630 - 210 = 420$   
budou       $420 / 210 = 2$  krát dražší než přezůvky

**a to souhlasí s textem**

**odpověď:** Přezůvky stály 210 Kč a boty 630 Kč

**poznámka:** Jak je vidět, zvolíme-li proměnnou nešikovně, budeme mít složitější rovnici k řešení - v tomto případě rovnice obsahuje zlomky.

**Úkol:** Ve třídě je 30 chlapců a blíže neurčený počet dívek. Z chlapců jich prospívá 28, zato dívky všechny. Kolik je dívek, jestliže všech prospívajících žáků je

- a) 95 % ?
- b) 94 % ?

[a\) 10 dívek](#)   [b\) neřešitelné](#)

[a\) 10 dívek](#)   [b\) 12 dívek](#)

[a\) neřešitelné](#)   [b\) 10 dívek](#)

[zpět](#)

@075

[zpět](#)

**Správně.**

Ve třídě je 30 chlapců a blíže neurčený počet dívek. Z chlapců jich prospívá 28, zato dívky všechny. Kolik je dívek, jestliže všech prospívajících žáků je

- a) 95% ?
- b) 94% ?

**Řešení:**

**rozbór textu:**

volíme podle otázky počet dívek  $x$   
počet všech žáků  $30 + x$   
počet úspěšných žáků  $28 + x$

ale také vyjádřeno v %

$$\text{ad a) } (30 + x) \cdot 0,95$$

$$\text{ad b) } (30 + x) \cdot 0,94$$

počet úspěšných žáků máme vyjádřen dvěma způsoby

	a)	b)
<b>Matematická úloha:</b>	$28 + x = (30 + x) \cdot 0,95$ $x = 10$	$28 + x = (30 + x) \cdot 0,94$ $x = 10/3$
<b>zkouška do textu:</b>	počet všech žáků $30+10 = 40$ počet úspěšných žáků $28+10 = 38$ tj. v procentech $(38/40) \cdot 100 = 95$	řešení sestavené rovnice je v pořádku, ale není to řešení slovní úlohy počet dívek musí být přirozené číslo
<b>odpověď:</b>	V prvním případě je počet dívek 10, v druhé případě nemá úloha řešení.	

[pokračování](#)

@078

### **Bohužel**

**Návod:** Označte si rychlost autobusu třeba  $x$  a porovnávejte čas potřebný k ujetí vzdálenosti z místa A do B.

[znovu prostudovat](#)

@081

[zpět](#)

Dvě městečka A a B vzdálená 30 kilometrů od sebe, jsou spojena silnicí táhnoucí se mezi poli a lesy v krásné české krajině. Z obou míst vyjedou proti sobě dva cyklisté Jan a Honza rychlostí 15 km/hod. Zároveň z Honzových řídítek vyletí rozmarná moucha Cecilka. Letí nad silnicí rychlostí 20km/hod až doletí k Janovi. Pak se otočí a nezměněnou rychlostí se řítí k Honzovi. Jen ho dostihne, otočí se a zase letí k Janovi, atd, atd, dokud se Jan s Honzou neseťkají. U setkání samozřejmě nechybí ani Cecilka. Kolik kilometrů nalétá Cecilka nad silnicí za uvedenou dobu?

**Řešení:**

Oba mládenci jedou proti sobě rychlostí 15 km/hod a do setkání musejí urazit celkem 30 km. Proto jim cesta trvá jednu celou hodinu. Moucha Cecilka létá nad silnicí také jednu hodinu a při rychlosti 20 km/hod nalétá dvacet kilometrů.

KONEC LEKCE